

Mamy dane punkty:  $\{(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ , gdzie  $x$  są parami różne.

Interpolacja Newtona:

$$w(x) = \sum_{i=0}^n a_i \prod_{j=0}^{i-1} (x - x_j) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_1)(x - x_0) + \dots + a_n(x - x_{n-1}) \dots (x - x_1)(x - x_0)$$

Niech:

$$w_k(x) = \sum_{i=0}^k a_i \prod_{j=0}^{i-1} (x - x_j)$$

$$w_0(x) = y_0$$

$$y_k = w_k(x) = \sum_{i=0}^k a_i \prod_{j=0}^{i-1} (x - x_j) = w_{k-1}(x) + a_k \prod_{j=0}^{i-1} (x - x_j)$$

$$a_k = \frac{y_k - w_{k-1}(x)}{\prod_{j=0}^{k-1} (x - x_j)}$$

Przykład:

$$\{(1, 2), (2, 1), (3, 2)\}$$

$$w_0(x) = 2$$

$$w_1(x) = -(x - 1) + 2 = -x + 3$$

$$w_2(x) = (x - 2)(x - 1) + -(x - 1) + 2 = x^2 - 2x - x + 2 - x + 1 + 2 = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1$$

Interpolacja Lagrange'a:

$$w(x) = \sum_{i=0}^n y_i L_i(x) = \sum_{i=0}^n y_i \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Regresja liniowa:

Tworzymy z  $x$  macierz  $X$ , dodajemy dodatkową kolumnę równą 1. Obliczamy współczynniki:

$$\theta = (X'X)^{-1}X'y$$